



UDK: 631.4

*Originalni naučni rad  
Original scientific paper*

## HAOTIČNI MODEL RASTA PROFITA U PROIZVODNJI POLJOPRIVREDNIH MAŠINA

**Vesna D. Jablanović\****Univerzitet u Beogradu, Poljoprivredni fakultet, Institut za agroekonomiju  
Beograd-Zemun*

**Sažetak:** Osnovni cilj ovog rada je prikazivanje relativno jednostavnog haotičnog modela rasta profita u proizvodnji poljoprivrednih mašina koji ima mogućnost generisanja stabilne ravnoteže, ciklusa i haosa. Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent  $\pi = f(a - d)$  igra značajnu ulogu u određenju lokalne stabilnosti profita u proizvodnji poljoprivrednih mašina, pri čemu je  $a$  koeficijent funkcije ukupnog prihoda, dok je  $d$  koeficijent funkcije ukupnih troškova u proizvodnji poljoprivrednih mašina. Najzad, koeficijent  $f$  pokazuje vezu između profita i totalnog output-a.

**Ključne reči:** haos, profit, proizvodnja poljoprivrednih mašina

### UVOD

Teorija haosa se koristi da bi se dokazalo da se haotične fluktuacije mogu javiti u kompletno dinamičkim modelima. Haotični sistemi pokazuju senzitivnu zavisnost od početnih uslova: naizgled beznačajne promene početnih uslova proizvode velike razlike outputa. Ovo se veoma razlikuje od stabilnih dinamičkih sistema u kojima mala promena jedne varijable proizvodi malu i lako merljivu sistematičnu promenu.

Teorija haosa počinje sa Lorenz-ovim [12] otkrićem kompleksne dinamike koja se javlja od tri nelinearne diferencijalne jednačine vodeći ka turbulenciji vremena. Li i Yorke [11] su otkrili da jednostavna logistička kriva može pokazati veoma kompleksno ponašanje. Dalje, May [14] opisuje haos u populacionoj biologiji. Teoriju haosa su, između ostalih, u ekonomiji primenili: Benhabib i Day [1-2], Day [4-5], Grandmont [7], Goodwin [6], Medio [15], Lorenz [13], Jablanovic [8-10].

---

\* Kontakt autor. E-mail: vesnajab@ptt.rs

Rad je deo istraživanja na projektu III-46006, Održiva poljoprivreda i ruralni razvoj u funkciji ostvarivanja strateških ciljeva Republike Srbije u okviru Dunavskog regiona“.

## MATERIJAL I METOD RADA

### Kreiranja haotičnog modela

Ukupan prihod u preduzeću koje proizvodi poljoprivredne mašine ( $TR_t$ ) može se prikazati na sledeći način:

$$TR_t = a \cdot Q_t - b \cdot Q_t^2 \quad (1)$$

gde je:

- $TR_t$  - ukupan prihod fabrike poljoprivrednih mašina,
- $Q_t$  - količina output-a,
- $a$  i  $b$  - koeficijenti.

Sa druge strane, ukupni troškovi preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine ( $TC_t$ ) prikazani su na sledeći način:

$$TC_t = dQ_t + cQ_t^2 \quad (2)$$

gde je:

- $TC_t$  - ukupni troškovi fabrike poljoprivrednih mašina,
- $Q_t$  - količina output-a,
- $d$  i  $c$  - koeficijenti.

Ukupan profit ( $\Pi_t$ ) označava razliku između ukupnih prihoda ( $TR_t$ ) i ukupnih troškova ( $TC_t$ ), odnosno:

$$\Pi_t = (a - d) \cdot Q_t - (b + c) \cdot Q_t^2 \quad (3)$$

Dalje, pretpostavlja se da je proizvedena količina poljoprivrednih mašina ( $Q_t$ ) funkcija profita u prethodnom periodu ( $\Pi_{t-1}$ ). Dakle:

$$Q_t = f \Pi_{t-1} \quad (4)$$

Supstitucijom (4) u (3) dobija se :

$$\Pi_t = f(a - d) \Pi_{t-1} - f^2(b + c) \Pi_{t-1}^2 \quad (5)$$

Dalje, pretpostavlja se da je tekuća vrednost profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine ( $\Pi$ ), ograničena svojom maksimalnom vrednošću u vremenskoj seriji ( $\Pi^m$ ). Ova pretpostavka zahteva modifikaciju zakona rasta. Uvodi se koeficijent  $\pi$  ( $\pi = \Pi \cdot \Pi^{m-1}$ ) koji se kreće između 0 i 1. Uvođenjem koeficijenta  $\pi$  u model (5), dobijamo model rasta profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine:

$$\pi_t = f(a - d) \pi_{t-1} - f^2(b + c) \pi_{t-1}^2 \quad (6)$$

Model koji je prikazan jednačinom (6) se naziva logistički model. Za većinu izbora  $f$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , i  $d$  ne postoji eksplicitno rešenje za (6). Naime, poznavajući  $f$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  i  $d$  i

mereći  $\pi_0$  ne bi bilo dovoljno da se predvidi  $\pi_t$  za ma koju tačku vremena, kao što je ranije bilo moguće. Ovo je suština prisustva haosa u determinističkim feedback procesima. Lorenz [12] je otkrio ovaj efekat - nedostatak predvidivosti u determinističkim sistemima. Senzitivna zavisnost je jedan od centralnih elemenata determinističkog haosa.

## REZULTATI ISTRAŽIVANJA I DISKUSIJA

### Haotična priroda modela

Logistička jednačina se često navodi kao primer kako se kompleksno, haotično ponašanje može pojaviti na osnovu veoma jednostavne nelinearne dinamične jednačine. Ovu jednačinu je popularisao Robert May [14]. Logistički model je Pierre François Verhulst koristio kao demografski model.

Moguće je pokazati da je proces iteracije logističke jednačine :

$$z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t), \quad \pi \in [0, 4], \quad z_t \in [0, 1] \quad (7)$$

ekvivalentan iteracijama modela rasta (6) kada se koristi sledeća identifikacija:

$$z_t = \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_t \quad i \quad \pi = f(a-d) \quad (8)$$

Upotrebom (8) i (6) dobija se:

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_{t+1} = \frac{f(b+c)}{(a-d)} [f(a-d) \pi_t - f^2(b+c) \pi_t^2] = \\ &= f^2(b+c) \pi_t - \frac{f^3(b+c)^2}{(a-d)} \pi_t^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Upotrebom (6) i (7) dobija se:

$$\begin{aligned} z_{t+1} &= \pi z_t (1 - z_t) = f(a-d) \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_t [1 - \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_t] \\ &= f^2(b+c) (a-d) \pi_{t-1} - \frac{f^3(b+c)^2}{(a-d)} \pi_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Tako se dokazalo da su iteracije logističkog modela profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine (6) identične  $z_{t+1} = \pi z_t (1 - z_t)$  upotrebom

$$z_t = \frac{f(b+c)}{(a-d)} \pi_t \text{ i } \pi = f(a-d). \text{ To je značajno zato što su se dinamička svojstva}$$

logističke jednačine (7) detaljno analizirala (Li i Yorke [11], May [14]).

Pokazano je da :

1. Za vrednosti parametra  $0 < \pi < 1$  sva rešenja će konvergirati ka  $z = 0$ ;
2. Za  $1 < \pi < 3,57$  postoje fiksne tačke čiji broj zavisi od  $\pi$ ;
3. Za  $1 < \pi < 2$  sva rešenja će monotono rasti ka  $z = (\pi - 1) \cdot \pi^{-1}$ ;
4. Za  $2 < \pi < 3$  fluktuacije će konvergirati ka  $z = (\pi - 1) \cdot \pi^{-1}$ ;
5. Za  $3 < \pi < 4$  sva rešenja će neprekidno fluktuirati ;
6. Za  $3,57 < \pi < 4$  rešenje postaje »haotično« što znači da postoje potpuno aperiodično rešenje ili periodična rešenja sa veoma velikom i komplikovanom periodom. To znači da staza  $z_t$  fluktuiira na naizgled slučajan način tokom vremena.

## ZAKLJUČAK

Ovaj rad sugerše zaključak u korist upotrebe haotičnog modela rasta profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine. Model (6) se oslanja na vrednosti parametara  $f$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  i početnu vrednost profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine,  $\pi_0$ . Mala promena vrednosti parametra  $f$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  i početne vrednosti profita preduzeća koje proizvodi poljoprivredne mašine,  $\pi_0$ , otežava predviđanje dugoročnog kretanja proizvodnje poljoprivrednih mašina.

Ključna hipoteza ovog rada se zasniva na ideji da koeficijent  $\pi = f(a-d)$  igra značaju ulogu u određenje lokalne stabilnosti profita u proizvodnji poljoprivrednih mašina, pri čemu je:

- $a$  - koeficijent funkcije ukupnog prihoda,
- $d$  - koeficijent funkcije ukupnih troškova u proizvodnji poljoprivrednih mašina,
- $f$  - koeficijent koji pokazuje vezu između profita i output-a u proizvodnji poljoprivrednih mašina.

## LITERATURA

- [1] Benhabib, J., Day, R.H. 1981. Rational Choice and Erratic Behaviour. *Review of Economic Studies* 48, p.p. 459-471.
- [2] Benhabib, J., Day, R.H. 1982. Characterization of Erratic Dynamics in the Overlapping Generation Model. *Journal of Economic Dynamics and Control* 4, p.p. 37-55.
- [3] Benhabib, J., Nishimura, K. 1985. Competitive Equilibrium Cycles. *Journal of Economic Theory* 35, p.p. 284-306.
- [4] Day, R.H. 1982. Irregular Growth Cycles. *American Economic Review* 72, p.p. 406 - 414.
- [5] Day, R.H. 1983. The Emergence of Chaos from Classical Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics* 98, 200.
- [6] Goodwin, R.M. 1990. *Chaotic Economic Dynamics*. Clarendon Press. Oxford.

- [7] Grandmont, J.M. 1985. On Endogenous Competitive Business Cycles. *Econometrica* 53, p.p. 994-1045.
- [8] Jablanovic, Vesna. 2012a. The Chaotic General Economic Equilibrium Model and Monopoly. *Asian Journal of Business Management* 4(4), p.p. 373-375.
- [9] Jablanovic, Vesna. 2012b. The Lerner Index and the Chaotic Monopoly Output Growth Model. *Asian Journal of Business and Management Sciences*, Vol. 1., No. 12, p.p. 102-106.
- [10] Jablanovic, Vesna. 2012c. The Chaotic Cost-Plus Pricing Model. *Australian Journal of Business and Management Research*, Vol. 2, No. 1, p.p. 46-50.
- [11] Li, T., Yorke, J. 1975. Period Three Implies Chaos. *American Mathematical Monthly* 8, p.p. 985 - 992.
- [12] Lorenz, E.N. 1963. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of Atmospheric Sciences* 20, p.p. 130-141.
- [13] Lorenz, H.W. 1993. *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*. 2nd edition. Springer-Verlag, Heidelberg.
- [14] May, R.M. 1976. Mathematical Models with Very Complicated Dynamics. *Nature* 261, p.p. 459-467.
- [15] Medio, A. 1993. *Chaotic Dynamics: Theory and Applications to Economics*. Cambridge University Press, Cambridge.

## A CHAOTIC PROFIT GROWTH MODEL IN THE AGRICULTURAL MACHINES PRODUCTION

**Vesna D. Jablanovic**

*University of Belgrade, Faculty of Agriculture, Institute for Agroeconomy  
Belgrade-Zemun, Republic of Serbia*

**Abstract:** The basic aim of this paper is to provide a relatively simple profit growth model in the agricultural machines production that is capable of generating stable equilibria, cycles, or chaos.

A key hypothesis of this work is based on the idea that the coefficient  $\pi = f(a - d)$  plays a crucial role in explaining local stability of the profit in the agricultural machines production, where  $a$  is the coefficient of the total revenue function,  $d$  is the coefficient in the total cost function in the agricultural machines production, and the coefficient  $f$  describes the relation between total output and profit.

**Key words:** *chaos, profit, production, agricultural machines*

Datum prijema rukopisa:	30.10.2012.
Datum prijema rukopisa sa ispravkama:	08.11.2012.
Datum prihvatanja rada:	15.11.2012.

